УДК 637.523.27 : 519.688

А.Б. ЛИСИЦЫН, А.М. ЧЕРНУХА, А.В. БОРОДИН

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО РАСЧЕТА ТЕРМОГРАММ ТЕПЛОВОЙ ОБРАБОТКИ МЯСНЫХ ИЗДЕЛИЙ

Приводится методика расчета термограмм тепловой обработки вареных колбасных изделий с автоматической корректировкой параметров процесса. Даны начальные и конечные термограммы для колбас в натуральной и искусственной оболочках.
Ключевые слова: *вареные колбасные изделия, термограммы, контроль качества, автоматизация.*

Введение. На сегодняшний день развитие производства практически любой отрасли невозможно без применения информационных технологий (ИТ) – информационных взаимодействий, информационных структур и субъектов, осуществляющих сбор, формирование, распространение и использование информации. В не меньшей мере это касается и предприятий мясной промышленности. Современное предприятие, претендующее на выпуск конкурентоспособной продукции, должно не только оперативно реагировать на требования рынка, но также вести свою деятельность в соответствии с все возрастающими требованиями по контролю качества и безопасности мясных продуктов.

В такой ситуации становится очевидно, что процесс контроля качества не должен и не может быть ручным. Предприятия, на которых коэффициент автоматизации процесса контроля качества равен 100%, имеют колоссальное тактико-техническое, технологическое, качественное, а в конечном итоге и экономическое превосходство над конкурентами, использующими для тех же целей ручные ресурсы.

В процессе производства мясных изделий наиболее критичным в спектре мероприятий, направленных на контроль качества, является этап тепловой обработки. Таким образом, ясно прослеживается необходимость мониторинга и прогнозирования характеристик продукции на указанной технологической операции. В настоящей статье приведена методика расчета показателей процесса тепловой обработки на примере вареных колбасных изделий. Однако область применения можно расширить также и на мясные консервы.

Методика эксперимента. При расчете термограмм тепловой обработки вареных колбасных изделий необходимо выделить две группы изделий: вареные колбасы в искусственных и натуральных оболочках. Принципиальное различие между ними состоит в том, что их термограммы состоят из различного числа участков, соответствующих различным стадиям термической обработки.

Для первых термограмма в общем случае состоит из шести участков: прогрев от начальной температуры до температуры варки; собственно варка; снижение температуры до температуры охлаждения; выдержка при этой температуре; снижение температуры до температуры доохлаждения; выдержка при этой температуре [1].

По существу, характер термограммы вареных колбас в искусственной оболочке соответствует характеру термограммы мясных консервов, различие состоит только в продолжительности отдельных этапов термообработки и значениях температуры на каждом из них.

Термограмма колбас в натуральных оболочках содержит десять участков: добавляются участки прогрева до температуры подсушки; собственно подсушка; прогрев до температуры обжарки; собственно обжарка. Все последующие участки термограммы аналогичны термограмме колбас в искусственной оболочке.

Автоматизированный метод расчета термограмм вареных колбас основан, на использовании математической модели процесса. В качестве физической модели колбасного изделия выбран цилиндр неограниченной длины. Ввиду симметрии формы цилиндра и симметрии нагрева рассматривается сегмент в ½ цилиндра и полученный результат симметрично переносится на оставшиеся ½ цилиндра.

Исходные данные:

- расчетная температура и расчетное время прогрева центральной зоны изделия;
- закон изменения температуры греющей среды;
- предельно допустимая температура поверхностного слоя изделия;
- геометрические размеры изделия;
- температура предварительного нагрева изделия;
- физические и теплофизические параметры содержимого изделия (ρ-плотность; С - удельная теплоемкость; а - коэффициент температуропроводности; α- коэффициент теплоотдачи; λ - коэффициент теплопроводности).

Принятые допущения:

- задача решается в трехмерной постановке, но в силу осевой симметрии и значительного превышения длины цилиндра по отношению к его диаметру задача сводится к одномерной по радиальной пространственной координате;
- принимается кусочно-линейный закон изменения температуры внешней греющей среды;
- продукт представляется идеальной, непрерывной, однородной, изотропной средой с тонким, отличающимся по своим теплофизическим характеристикам внешним слоем;
- температурное поле внутри термокамер симметрично относительно цилиндра;
- геометрические размеры цилиндра в процессе термообработки не изменяются;
- основные теплофизические характеристики продукта в общем случае зависят от температуры и изменяются в процессе термообработки. Однако экспериментальным путем выявлено, что коэффициенты ɑ и λ для вареных колбас изменяются незначительно (в пределах 4-5 %) и в расчетах могут приниматься за константы.

Математическая модель. В силу того, что длина цилиндра значительно превышает его диаметр, прогрев в основном происходит со стороны боковой поверхности, и тепловым потоком со стороны торцов можно пре-

небречь. Математическая модель, описывающая процесс распространения тепла в изделия цилиндрической формы, сводится к одномерному (по одной пространственной координате) уравнению теплопроводности Фурье в цилиндрических координатах. Из-за осевой симметрии нагрева можно рассматривать процесс распространения тепла только до центра батона.

В качестве начального условия задается распределение температуры по толщине изделия в начальный момент времени.

Технологическим операциям обработки колбасных изделий наиболее соответствуют граничные условия третьего рода, характеризующие закон конвективного теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой. В этом случае количество тепла, передаваемого в единицу времени из окружающей среды через единицу боковой поверхности изделия внутрь его, прямо пропорционально разности температур между окружающей средой и поверхностью тела.

Математической моделью, описывающей нестационарное поле температур, содержащих продукт, является параболическое уравнение теплопроводности Фурье в цилиндрических координатах с переменными коэффициентами, с заданными начальными условиями (начальное поле температур в продукте перед очередным этапом термообработки):

$$\frac{\partial U(r,t)}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 U(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U(r,t)}{\partial r} \right) \qquad (1)$$

$$0<r<R, \qquad 0<t \;\; t_k.$$

Начальные условия (температура продукта до начала термообработки):

$$U(r,t) = U_0 = const, \quad t=0, \quad 0<r<R. \qquad (2)$$

Граничные условия (на боковой поверхности изделия):

$$\frac{\partial U(r,t)}{\partial r} = S\left(U_{ср}(t) - U(R,t) \right), \quad S=\frac{\alpha}{\lambda}, \quad r=R, \quad 0<t<t_k. \qquad (3)$$

Условия симметрии геометрии и нагрева в центре изделия:

$$\frac{\partial U(0,t)}{\partial r} = 0, \quad U(0,\ t) \quad , \quad r=0, \quad 0<t \;\; t_k, \qquad (4)$$

где U – текущая температура продукта; U_0– начальная температура продукта; $U_{ср}$ – температура греющей среды; $U_к$ – конечная температура продукта; r - радиальная координата; R – внешний радиус изделия.

Метод решения. Для решения задачи при изменяющейся во времени температуры греющей среды использовался метод конечных разностей («неявная» схема). Возможность применения этой схемы обусловлена одномерностью задачи по пространственной координате, при которой коэффициенты полученной системы линейных алгебраических уравнений образуют ленточную, трехдиагональную матрицу, решаемую за небольшое число операций методом «прогонки». Выбор «неявной» схемы позволяет также существенно сократить время расчета за счет несвязанности шага по времени с шагом по пространственной координате.

Выбрав шаг по пространственной координате h и шаг по времени l, в результате замены дифференциальных операторов в уравнениях (1)–(4)

разностными операторами, приходим к системе линейных алгебраических уравнений:

$U_{i,0} = U_0$, $i = 0 \quad n$ - начальные условия;
(5)

$\dfrac{U_{2,k+1} - U_{0,k+1}}{2h} = 0$ - условие симметрии; (6)

$$\frac{U_{i,k+1} - U_{i,k}}{l} = a \, \frac{U_{i+1,k+1} - 2U_{i,k+1} + U_{i-1,k+1}}{h^2} + \frac{a}{(i-1)h} \, \frac{U_{i+1,k+1} - U_{i-1,k+1}}{2h}$$

$i = 1 \quad n-1$; (7)

$\dfrac{U_{n,k+1} - U_{n-1,k+1}}{h} = s \, U_{ñð}\left(t_{k+1}\right) - U_{n,k+1}$, $i = n$, (8)

где i и n - индекс точки разбиения и число точек разбиения по пространственной координате; k – индекс точки разбиения по оси времени.

Получив из уравнения (5) выражение для температуры в фиктивной законтурной точке (i=0) – $U_{0,k+1}$ и подставив его в первое из уравнений системы (6), приходим к следующей системе линейных (переход к линейности возможен на основании допущения (6)) алгебраических уравнений:

$$c_{1,1}U_{1,k+1} + c_{1,2}U_{2,k+1} = b_1; \quad i = 1;$$
$$c_{i,i-1}U_{i-1,k+1} + c_{i,i}U_{i,k+1} + c_{i,i+1}U_{i+1,k+1} = b_i; \quad i = 2 \quad n-1; \qquad (9)$$
$$c_{n,n-1}U_{n-1,k+1} + c_{n,n}U_{n,k+1} = b_n; \quad i = n.$$

Коэффициенты матриц C и B вычисляются по формулам:

$$c_{1,1} = \frac{1}{l} + \frac{2a}{h^2}; \qquad c_{1,2} = -\frac{2a}{h^2}, \qquad i = 1$$

$$c_{i,i-1} = \frac{a(3-2i)}{2h^2(i-1)}; \quad c_{i,i} = \frac{1}{l} + \frac{2a}{h^2}; \quad c_{i,i+1} = -\frac{a(2i-1)}{2h^2(i-1)}, \quad i = 2 \quad n-1 \qquad (10)$$

$$c_{n,n-1} = -1; \quad c_{n,n} = 1 + s*h, \qquad i = n$$

$$b_i = \frac{U_{i,k}}{l}, \quad i = 1 \quad n-1; \qquad b_n = s*h*U_{ñð}(t), \qquad i = n$$

Полученная система линейных алгебраических уравнений (9) решается методом «прогонки».

$$U_{1,k+1} = \frac{b_1}{c_{1,1}} - \frac{c_{1,2}}{c_{1,1}}U_{2,k+1} = m_1 + k_1U_{2,k+1}; \quad i = 1$$

$$U_{i,k+1} = m_i + k_iU_{i+1,k+1}; \qquad i = 2 \div n+1$$

$$U_{n,k+1} = m_n, \qquad i = n, \quad (11)$$

где $m_1 = \frac{b_1}{c_{1,1}}; \quad k_1 = -\frac{c_{1,2}}{c_{1,1}} \qquad i = 1$

$$m_i = \frac{b_i - c_{i,i-1} m_{i-1}}{c_{i,i-1} k_{i-1} + c_{i,i}}; \quad k_i = \frac{c_{i,i+1}}{c_{i,i-1} k_{i-1} + c_{i,i}} \qquad i = 2 \div n$$

.

При прямом ходе метода «прогонки» рассчитываются коэффициенты m_i, k_i во всех точках разбиения по пространственной координате и определяется температура в краевой точке на границе продукт-греющая среда в k+1-й момент времени. При обратном ходе по рекуррентной формуле (см. формулу (11)) определяется температура во всех остальных точках разбиения. По мере расчета поля температур по толщине батона колбасы рассчитывается величина стерилизующего эффекта, который для вареных колбас проявляется при температурах выше 54^0С.

Начальные термограммы для вареных колбас в искусственных и натуральных оболочках приведены в табл. 1, 2.

Таблица 1

Начальная термограмма для вареных колбас в искусственных оболочках

Номер участка	Начало участка, мин	Температура, ^{0}C	Тангенс
1	tsr(1)=0	v(1)=15	tansr(1) = 0,08
2	tsr(2)=3	v(2)= 80	tansr(2) = 0,00
3	tsr(3)=100	v(3)= 80	tansr(3) = -0,05
4	tsr(4)=103	v(4)= 10	tansr(4) = 0,00
5	tsr(5)=120	v(5)= 10	tansr(5) =-0,03
6	tsr(6)=121	v(6)= 5	tansr(6) = 0,00
7	tsr(7)=150	v(7)= 5	tansr(7) = 0,00

Таблица 2

Начальная термограмма для вареных колбас в натуральных оболочках

Номер участка	Начало участка, мин	Температура, ^{0}C	Тангенс
1	tsr(1)=0	v(1)=15	tansr(1) = 0,750
2	tsr(2)=1	v(2)=60	tansr(2) = 0,000
3	tsr(3)=21	v(3)=60	tansr(3) = 0,320
4	tsr(4)=22	v(4)=80	tansr(4) = 0,000
5	tsr(5)=54	v(5)=80	tansr(5) =-0,167
6	tsr(6)=55	v(6)=70	tansr(6) = 0,000
7	tsr(7)=100	v(7)=70	tansr(7) =-1,000
8	tsr(8)=101	v(8)=10	tansr(8) = 0,000
9	tsr(9)=126	v(9)= 10	tansr(9) =-0,083
10	tsr(10)=127	v(10)= 5	tansr(10) = 0,000
11	tsr(6)=180	v(6)= 5	tansr(6) = 0,000

Продолжительность этапов подсушки, обжарки, охлаждения и доохлаждения определяется условием достижения требуемых температур в центре батона на каждом этапе термообработки (табл.3). Продолжительность же этапа варки определяется из условия достижения требуемого стерилизующего эффекта.

Таблица 3

Требуемые температуры в центре батона

Наименование этапа	Подсушка	Обжарка	Варка	Охлаждение	Доохлаждение
Требуемая температура, ^0C	30	45	72	10	5

Алгоритм расчета термограммы для вареных колбас в натуральных оболочках представлен на рис.1. Результаты решения представлены в табл.4–7 и на рис.2,3.

Таблица 4

Исходные данные по колбасам в натуральной оболочке

Коэффициент температуропроводности (a)	0,0015
Коэффициент теплоотдачи (alfa)	0,004
Коэффициент теплопроводности (lambda)	0,004
Начальная температура (u0)	15
Продолжительность процесса (Tm)	14400
Шаг разбиения по радиусу (h)	0,1
Шаг разбиения по времени (l)	30
Шаг печати по времени (lpech)	10
Радиус батона (r)	3
Число точек разбиения по радиусу (n)	6
Число участков термограммы (Nterm)	13
Нормативный стерилизующий эффект (f0)	28

Таблица 5

Результаты расчетов для колбас в натуральной оболочке

Номер участка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Время, мин	0	1	18,5	19,5	27,5	28,5	32	33	114	115	194
Температура, ^{0}C	15	60	60	78	78	80	80	70	70	10	10
Тангенс	0,75	0	0,3	0	0,03	0	-0,17	0	-1	0	-0,08

Стерилизующий эффект fa=28,13501.

Таблица 6

Исходные данные по колбасам в искусственной оболочке

Коэффициент температуропроводности (a)	0,0015
Коэффициент теплоотдачи (alfa)	0,004
Коэффициент теплопроводности (lambda)	0,004
Начальная температура (u0)	15
Продолжительность процесса (Tm)	14400
Шаг разбиения по радиусу (h)	0,1
Шаг разбиения по времени (l)	30
Шаг печати по времени (lpech)	10
Радиус батона (r)	4,5
Число точек разбиения по радиусу (n)	9
Число участков термограммы (Nterm)	7
Нормативный стерилизующий эффект (fo)	18
Требуемая температура в центре батона, ^{0}C	70

Таблица 7

Результаты расчетов для колбас в искусственной оболочке

Номер участка	1	2	3	4	5	6	7
Время, мин	0	180	6600	6780	13000	13180	15000
Температура, ^{0}C	15	80	80	10	10	5	5
Тангенс	0,3611	0	-0,389	0	-0,028	0	0

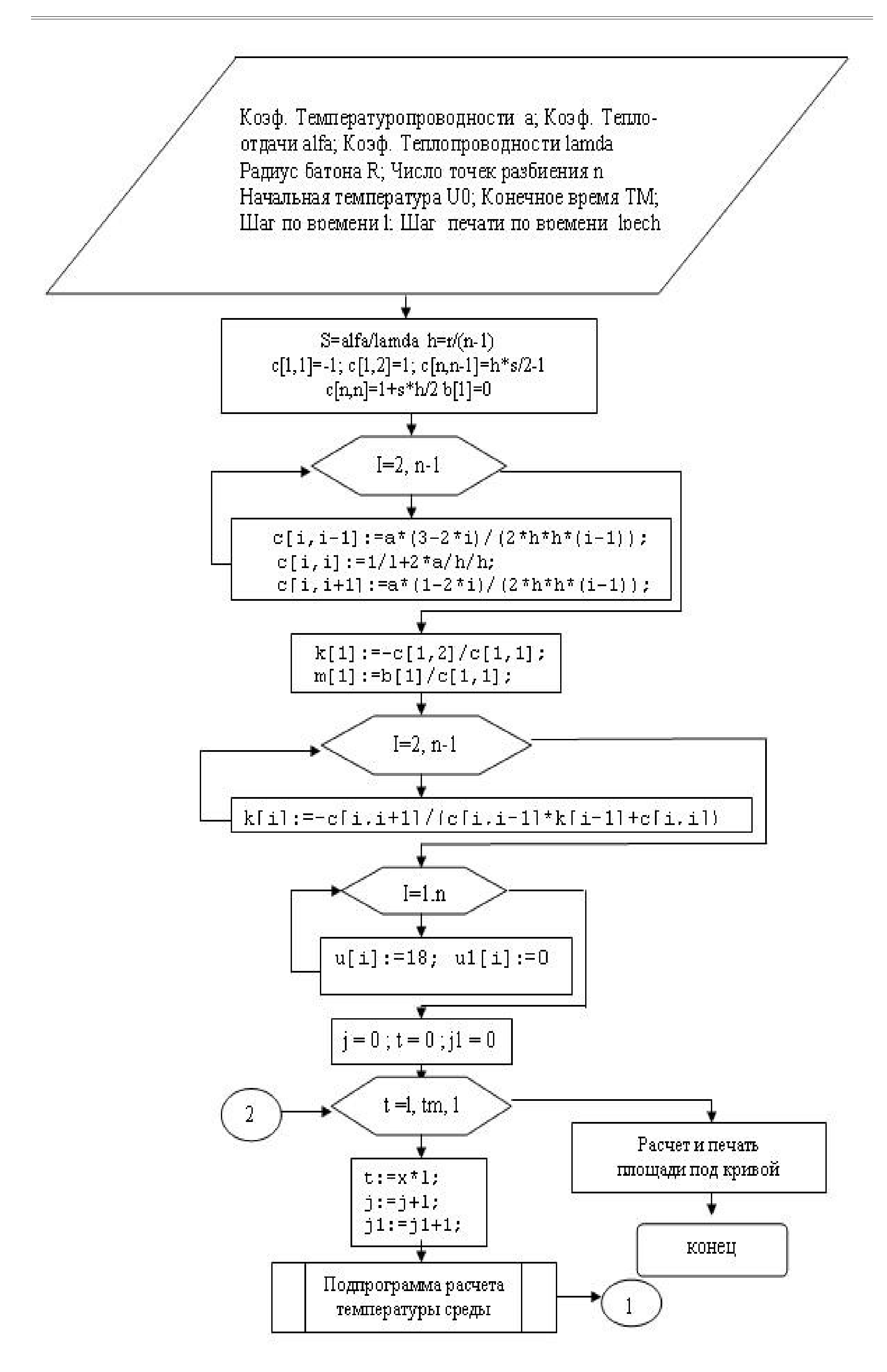


Рис.1. Алгоритм расчета термограммы вареных колбас
в натуральных оболочках (окончание см. на с.117)

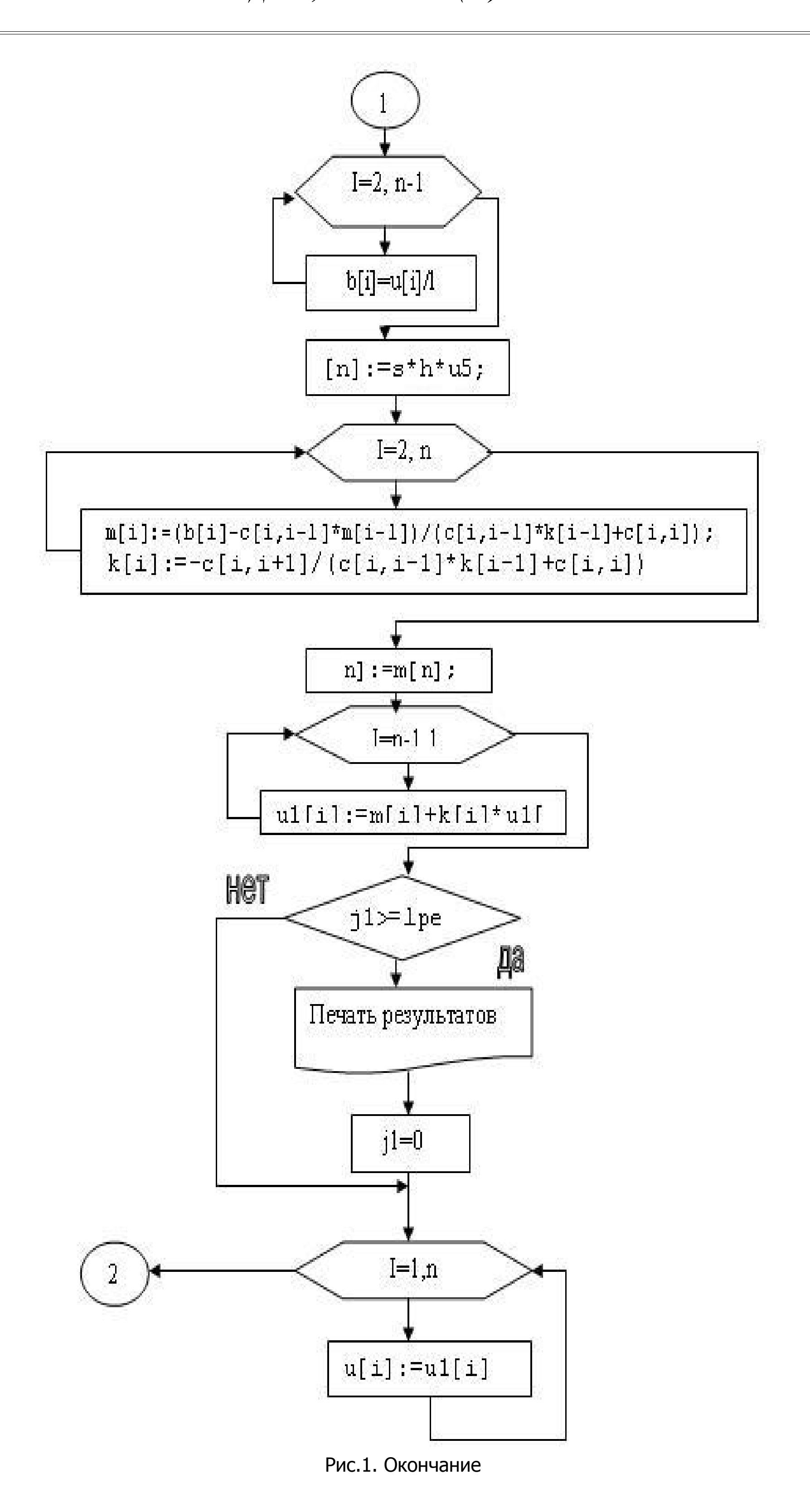


Рис.1. Окончание

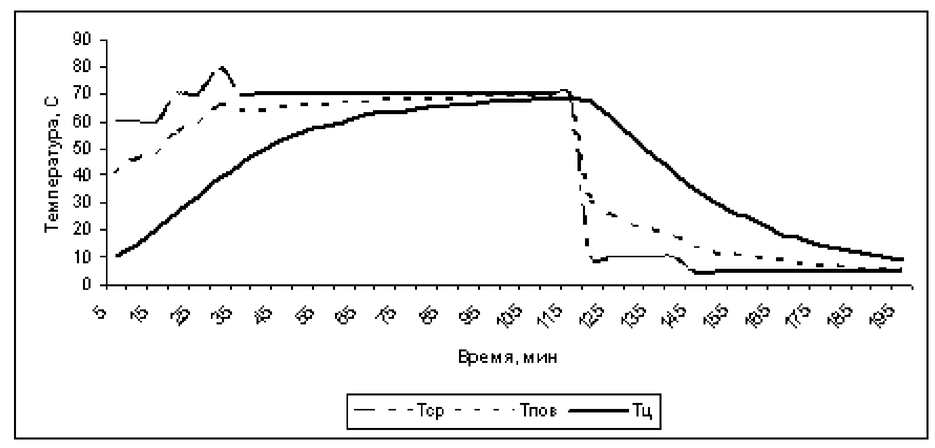


Рис.2. Термограмма вареных колбас в натуральной оболочке
Стерилизующий эффект fa=18,27999

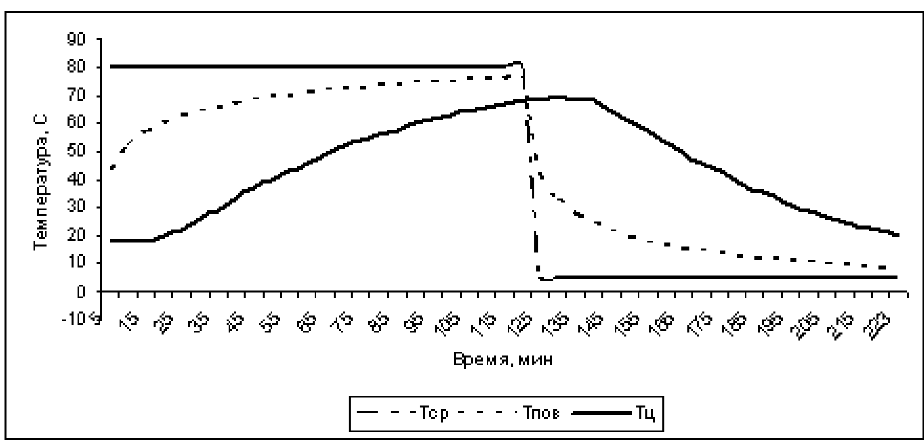


Рис. 3. Термограмма вареных колбас в искусственной оболочке

Полученные результаты послужили основой для разработки модуля автоматизированного расчета оптимальных параметров технологического процесса термообработки мясных изделий [2].

Библиографический список

1. *Бородин А.В.* Компьютерная система расчета термограмм стерилизации мясных консервов. / А.В. Бородин, А.М. Чернуха // Мясная индустрия, 2007. - №16. – С.66-68.
2. Св. о регистрации программы для ЭВМ №2008613674 . Компьютерная система регистрации и анализа критических контрольных точек мясоперерабатывающего производства (МХАССР) / А.М.Чернуха, А.В.Боро-дин, Ю.Г.Костенко, Г.И.Солодовникова. - 2008 г.

Материал поступил в редакцию 12.01.09.

A.B. LISITSYN, A.M. CHERNUKHA, A.V.BORODIN

AUTOMATED THERMOGRAMM CALCULATION OF SAUSAGE COOKING BASED ON COMPUTER MODELS

Method is described to calculate thermogramms for sausage cooking process. With automated process's parameters correction. Examples of thermoramms describing process first and finish stages for sausages in natural and artificial casings are given.

ЛИСИЦЫН Андрей Борисович (р.1945), директор Всероссийского научно-исследовательского института мясной промышленности им. В.М.Горбатова (ВНИИМП), академик Россельхозакадемии. Окончил Московский технологический институт мясной и молочной промышленности в 1968 г. Ученая степень доктора технических наук присвоена в 1997 г. Профессор.
Область научных интересов: проблемы формирования, прогнозирования и управление характеристиками качества и безопасности мясных продуктов в процессе их изготовления и хранения, применение пищевой комбинаторики.
Автор более 150 печатных работ в отечественных и зарубежных изданиях.
ВНИИМП: 109316 г.Москва. ул.Талалихина, 26, тел. 7-495-676-95-11.
e-mail: vniimp@inbox.ru

БОРОДИН Александр Викторович (р.1945), профессор кафедры «Компьютерные технологии и системы» Московского государственного университета прикладной биотехнологии, доктор технических наук (2000). Окончил МВТУ им.Баумана в 1968 г.
Область научных интересов: проблемы программирования, моделирования, оптимизации производственных процессов мясной и молочной промышленности.
Автор более 50 печатных работ.
МГУПБ: 109316 г.Москва. ул. Талалихина, 33, тел. 7-495-677-07-19.

ЧЕРНУХА Андрей Михайлович (р.1981), аспирант ВНИИМП по специальности «Автоматизация и управление технологическими процессами». Окончил Московский государственный университет прикладной биотехнологии в 2004 г.
Область научных интересов - информационные технологии.
Автор 6 печатных работ.
ВНИИМП: 109316 г.Москва. ул.Талалихина, 26, тел. 8-916-7057140.
e-mail: mk6c@mail.ru